

成考高起专数学（理）2025 年真题汇编

答题时间：120 分钟 总题数：18 题 总分：150 分 类别：历年真题

1 【单选】(总分 7 分)

在复平面内,复数 $-3+i$ 对应的点位于()

- A 第一象限
- B 第二象限
- C 第三象限
- D 第四象限

[结果]正确答案是： B

[解析]

1. **复数与复平面的对应关系**: 复数 $z = a + bi$ 对应复平面内的点 (a, b) 。
2. **分析实部和虚部**: 对于 $-3 + i$, 实部 $a = -3$ (负), 虚部 $b = 1$ (正)。
3. **判断象限**: 横坐标负、纵坐标正的点位于**第二象限**。

2 【单选】(总分 7 分)

已知集合 $A=\{1,3,8\}$, $B=\{1,-8\}$, 则 $A \cup B=()$

- A $\{1\}$
- B $\{3,8\}$
- C $\{-8,1,3,8\}$
- D $\{8\}$

[结果]正确答案是： C

[解析]

1. **并集定义**: $A \cup B$ 是集合 A 和 B 所有元素的合并 (去重)。
2. **列举元素**: $A = \{1, 3, 8\}$, $B = \{1, -8\}$, 合并后为 $\{-8, 1, 3, 8\}$ 。

3 【单选】(总分 7 分)

在三角形 ABC 中, $B=120^\circ$, $AB=1$, $BC=2$, 则 $AC=()$

- A $\sqrt{5}$
- B $\sqrt{6}$
- C $\sqrt{7}$
- D $2\sqrt{2}$

[结果]正确答案是： C

[解析]

1. 余弦定理公式: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos B$ 。

2. 代入数据: $AB = 1, BC = 2, B = 120^\circ$ ($\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$) ,

$$AC^2 = 1^2 + 2^2 - 2 \times 1 \times 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 1 + 4 + 2 = 7 \implies AC = \sqrt{7}$$

4 【单选】(总分 7 分)

双曲线 $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$ 的离心率为()

- A $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- B $\sqrt{5}$
- C 4
- D 5

[结果]正确答案是： A

[解析]

1. 双曲线参数: 标准式 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, 此处 $a^2 = 20, b^2 = 5$, 故 $a = 2\sqrt{5}$ 。

2. 求 c : $c^2 = a^2 + b^2 = 20 + 5 = 25 \implies c = 5$ 。

3. 离心率公式: $e = \frac{c}{a} = \frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ 。

5 【单选】(总分 7 分)

已知向量 $a(7, k)$ $b(3, \frac{1}{7})$, $a \parallel b$, 则 $k=()$

- A $-\frac{2}{3}$
- B $-\frac{1}{3}$
- C $\frac{1}{3}$
- D $\frac{2}{3}$

[结果]正确答案是： C

[解析]

1. 向量平行条件：若 $\mathbf{a} = (x_1, y_1)$, $\mathbf{b} = (x_2, y_2)$ 平行, 则 $x_1y_2 = x_2y_1$ 。

2. 列方程: $7 \times \frac{1}{7} = 3 \times k \implies 1 = 3k \implies k = \frac{1}{3}$ 。

6 【单选】(总分 7 分)

若点 $P(1,1)$ 为圆 $x^2+y^2-6x=0$ 的弦 AB 的中点,则直线 AB 的方程为()

A $x-y=0$

B $x+y-2=0$

C $x-2y+1=0$

D $2x-y-1=0$

[结果]正确答案是： D

[解析]

1. 化圆为标准式: $x^2 + y^2 - 6x = 0 \implies (x-3)^2 + y^2 = 9$, 圆心 $C(3,0)$ 。

2. 求圆心与中点的斜率: $P(1,1)$, 斜率 $k_{CP} = \frac{1-0}{1-3} = -\frac{1}{2}$ 。

3. 弦的斜率 (垂直关系) : $AB \perp CP$, 故 $k_{AB} \cdot (-\frac{1}{2}) = -1 \implies k_{AB} = 2$ 。

4. 点斜式求方程: 过 $P(1,1)$, $y-1 = 2(x-1) \implies 2x-y-1=0$ 。

7 【单选】(总分 7 分)

抛 4 枚质地均匀的硬币,恰好 1 枚正面朝上的概率为()

A $\frac{1}{4}$
B $\frac{3}{8}$
C $\frac{1}{2}$
D $\frac{5}{8}$

[结果]正确答案是： A

[解析]

1. 二项分布模型：抛 4 枚硬币，恰 1 枚正面，概率为 $P = C_4^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$ 。

2. 计算组合数： $C_4^1 = 4$ ，故 $P = 4 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$ 。

8 【单选】(总分 7 分)

以下函数为增函数的是()

A $y = \sin 3x$

B $y = 2e^{1-x}$

C $y = -\ln x$

D $y = 2e^{2x-1}$

[结果]正确答案是： D

[解析]

选项 A: $y = \sin 3x$ 是周期函数，非单调增（含增减区间）。

选项 B: $y = 2e^{1-x}$ ，内层 $1-x$ 递减，外层 e^u 递增，复合后递减。

选项 C: $y = -\ln x$ ， $\ln x$ 递增，取负后递减。

选项 D: $y = 2e^{2x-1}$ ，内层 $2x-1$ 递增，外层 e^u 递增，复合后递增。

9 【单选】(总分 7 分)

抛物线 $y^2=4x$ 的焦点到直线 $4x-3y+6=0$ 的距离是()

A $2\sqrt{5}$

B $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

C 2

D $\frac{6}{5}$

[结果]正确答案是： C

[解析]

1. 抛物线焦点： $y^2 = 4x$ 中， $2p = 4 \implies p = 2$ ，焦点为 $(1, 0)$ 。

2. 点到直线距离公式： 直线 $4x - 3y + 6 = 0$ ，距离 $d = \frac{|4 \times 1 - 3 \times 0 + 6|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{10}{5} = 2$

10 【单选】(总分 7 分)

已知锐角 α 的两条边所在直线分别为 $y = \sqrt{3}(x-2)$ 和 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ ，则 $\alpha = ()$

- A 15°
- B 30°
- C 45°
- D 60°

[结果] 正确答案是： B

[解析]

1. 求直线斜率: $y = \sqrt{3}(x - 2)$ 斜率 $k_1 = \sqrt{3}$, $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 斜率 $k_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

2. 夹角公式: $\tan \alpha = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$, 代入得 $\tan \alpha = \left| \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3}} \right| = \left| \frac{-\frac{2\sqrt{3}}{3}}{2} \right| = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^{\circ}$

11 【单选】 (总分 7 分)

$\lg(2m) + \lg(2n) = 0$, 则 $mn = ()$

- A $\frac{1}{2}$
- B $\frac{1}{4}$
- C $\frac{1}{8}$
- D $\frac{1}{16}$

[结果] 正确答案是： B

[解析]

步骤 1: 运用对数加法法则

对数的加法法则是: $\lg a + \lg b = \lg(ab)$ (其中 $a > 0, b > 0$)。

对于 $\lg(2m) + \lg(2n)$, 应用该法则可得: $\lg(2m) + \lg(2n) = \lg[(2m) \cdot (2n)] = \lg(4mn)$

步骤 2: 利用对数的定义求解

已知 $\lg(4mn) = 0$ 。

根据对数的定义: 若 $\lg x = k$, 则 $x = 10^k$ 。

当 $k = 0$ 时, $x = 10^0 = 1$, 因此: $4mn = 1$

步骤 3: 解出 mn

两边同时除以 4, 得: $mn = \frac{1}{4}$

12 【单选题】(总分 7 分)

四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是梯形, $AB \parallel CD$, 平面 $PAD \cap$ 平面 $PBC = l$, 则()

- A $l \parallel CD$
- B $l \parallel BC$
- C l 相交于直线 AB
- D l 相交于直线 BC

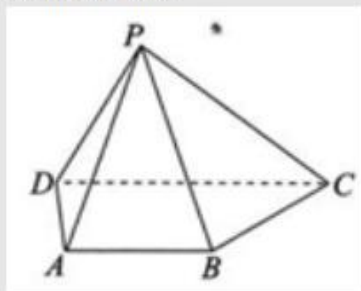
[结果] 正确答案是: D

[解析]

根据平面相交的性质: 两个平面的交线是它们所有公共点的集合, 若两平面有公共点, 则所有公共点均在交线上。

对于平面 PAD 与平面 PBC : 直线 $DA \subset$ 平面 PAD , 直线 $PC \subset$ 平面 PBC 。因底面 $ABCD$ 是梯形且 $AB \parallel CD$, DA 与 PC 不平行 (DA 为底面腰, PC 为侧棱), 故 DA 与 PC 必交于一点 M 。

根据平面交线性质, M 同时属于平面 PAD 和平面 PBC , 因此 M 在交线 l 上。由于 M 在直线 DA 上, 故交线 l 与直线 DA 相交于 M 点。



13 【填空题】(总分 7 分)

数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $a_{n+1}=2a_n$, 则 a_n 的前 n 项和为

[解析]

$2^n - 1$

14 【填空题】(总分 7 分)

已知正三棱柱 $P-ABC$, 高为 12, 底边长为 1, 则体积为

[解析]

$3\sqrt{3}$

15 【填空题】(总分 7 分)

有 3 个相同的球, 编号为 1, 2, 3, 从中有放回的随机取 2 次, 每次取 1 个球, 则编号为 3 的球恰好

被取出 1 次的概率是

[解析]

$$\frac{4}{9}$$

16 【解答题】 (总分 15 分)

已知函数 $f(x) = 7 \sin(\omega x + \frac{\pi}{3}) (\omega > 0)$, 其图像相邻两条对称轴之间的距离为 3

(1) 求 ω

(2) 求 $f(x)$ 的单调递减区间

[解析]

解: (1) 正弦函数相邻两条对称轴之间的距离为半个周期, 所以周期 $T = 6$
由 $T = \frac{2\pi}{\omega}$, 得 $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$
(2) 由 (1) 得 $f(x) = 7 \sin(\frac{\pi}{3}x + \frac{\pi}{3})$
正弦函数的单调递减区间是 $[2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}] (k \in \mathbb{Z})$
则有 $2k\pi + \frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{3}x + \frac{\pi}{3} \leq 2k\pi + \frac{3\pi}{2}$, 解得 $6k + \frac{1}{2} \leq x \leq 6k + \frac{7}{2}$
即函数 $f(x)$ 的单调递减区间为 $[6k + \frac{1}{2}, 6k + \frac{7}{2}] (k \in \mathbb{Z})$.

17 【解答题】 (总分 15 分)

数列 $\{a_n\}$ 为公差不为 0 的等差数列, 且 $a_{n+1} = pa_n - p$.

(1) 求 p

(2) 若 $a_1 = -1$ 且 a_m, a_{m+2}, a_{m+6} 为等比数列, 求 m

[解析]

解: (1) 由 $a_{n+1} = a_n + d = pa_n - p$, 整理得 $(p-1)a_n - p - d = 0$
因为对所有 n 成立且 $d \neq 0$, 所以 $p-1 = 0$ 且 $-p-d = 0$
由 $p-1 = 0$ 得 $p = 1$, 带入 $-p-d = 0$ 得 $d = -1 \neq 0$ 符合条件, 所以 $p = 1$.
(2) 由 (1) 知 $p = 1$, 则 $a_{n+1} = a_n - 1$ 数列 $\{a_n\}$ 是公差为 -1 的等差数列
已知 $a_1 = -1$, 可得等差数列通项公式为 $a_n = -n$
所以 $a_m = -m, a_{m+2} = -(m+2), a_{m+6} = -(m+6)$
又 a_m, a_{m+2}, a_{m+6} 为等比数列, 则 $a_{m+2}^2 = a_m \cdot a_{m+6}$.
即 $[-(m+2)]^2 = (-m) \cdot [-(m+6)]$
化简得 $m^2 + 4m + 4 = m^2 + 6m$, 解得 $m = 2$.

18 【解答题】 (总分 15 分)

已知函数 $f(x) = x + \frac{1}{3}ax^3$

(1)求曲线 $f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程.

(2)若 $a=-1$,求 $f(x)$ 的单调区间.

[解析]

解:(1) $f(0) = 0$,求导 $f'(x) = 1 + ax^2, f'(0) = 1$

即斜率 $k = 1$,则切线方程为 $y - 0 = k(x - 0)$,即 $y = x$.

(2) $a = -1$,则函数 $f(x) = x - \frac{1}{3}x^3$

求导 $f'(x) = 1 - x^2$,令 $f'(x) = 0$,即 $1 - x^2 = 0$ 解得 $x = 1$ 或 $x = -1$

当 $-1 < x < 1$ 时, $f'(x) > 0$; 当 $x < -1$ 或 $x > 1$ 时, $f'(x) < 0$

则 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-1, 1)$, 单调递减区间为 $(-\infty, -1)$ 和 $(1, +\infty)$.