

高起专数学必备知识

1 集合和简易逻辑

交集: $A \cap B$ 取公共(相同)元素

集合很简单: 并集: $A \cup B$ 取所有元素 找最长的

补集: $C_U A$ U中不属于A的元素

应试技巧: 列举法直接找、描述法画数轴或取值代入法, 注意区分交集与并集

考点: ①充分条件看甲是否能推出乙 ②必要条件看乙是否能推出甲 判断甲是乙的什么条件

方法: $\Rightarrow$ 判断是不是充分条件 甲: _____ 乙: _____ $\Leftarrow$ 判断是不是必要条件 能推出就是, 不能推出就不是 技巧: 大范围 $\Rightarrow$ 小范围 小范围 $\Rightarrow$ 大范围

简易逻辑: 1、设甲: $x > 6$ (小), 乙: $x > 2$ (大) 通过画数轴确定范围大小 2、设甲: $x = 1$ (小), 乙: $x^2 = 1$ (大) 通过x取值有多少个确定 3、设甲: $\tan x = 1$ (大), 乙: $x = \frac{\pi}{4}$ (小) 通过x取值有多少个确定 4、甲: $\triangle ABC$ 为等腰 $\triangle$ (大), 乙: $\triangle ABC$ 为等边 $\triangle$ (小) 条件越多范围越小

应试技巧: 无法判断范围大小的题, 需要根据命题判断, 真不会就猜

2 不等式和不等式组

秘诀: 大于取两边、小于取中间

巧解不等式: 大于是指“ $>$ ”或“ $\geq$ ”, 小于是指“ $<$ ”和“ $\leq$ ”

解析: 取两端找“ $[x| x > a \text{ 或 } x < b]$ ”或“ $(-\infty, b) \cup (a, +\infty)$ ” 找“ $[x| x \geq a \text{ 或 } x \leq b]$ ”或“ $(-\infty, b] \cup [a, +\infty)$ ” 取中间找“ $[x| a < x < b]$ ”或“ (a, b) ” 找“ $[x| a \leq x \leq b]$ ”或“ $[a, b]$ ”

应试技巧: 有多个选项符合时使用取值代入法, 取值时一个里面有一个里面无

3 函数

定义: x 的取值范围

定义域那点事: 1、 $y = \frac{k}{x}$ 的定义域: $x \neq 0$ (分母不为零) 2、 $y = \sqrt{x}$ 的定义域: $x \geq 0$ (根号里大于等于零) 3、 $y = \log_2 x$ 的定义域: $x > 0$ (对数的真数大于零) $y = \lg^2 x$ 或 $\ln^2 x$ 同上

类型: ①奇函数 $\Leftrightarrow f(-x) = -f(x)$ ②偶函数 $\Leftrightarrow f(-x) = f(x)$ ③非奇非偶函数

奇偶性超简单: ①奇函数: $y = x^n (n \text{ 为奇数})$, $y = \sin x$, $y = \tan x$; ②偶函数: $y = x^n (n \text{ 为偶数})$, $y = \cos x$, $y = |x|$; ③非奇非偶函数: $y = a^x$, $y = \log_a^x$

奇偶性运算: ①奇+奇=非奇非偶 ②偶+偶=偶 ③奇+偶=奇 ④偶+偶=偶 ⑤奇+偶=非奇非偶 ⑥奇-偶=偶 ⑦偶-偶=偶 ⑧奇-偶=奇

应试技巧: 考前记一记常见奇偶函数, 熟悉奇偶运算, 考到基本属送分题

点(对)称知识点: 点(a,b)关于x轴对称点为(a,-b) (x值相同, y值相反) 点(a,b)关于y轴对称点为(-a,b) (x值相反, y值相同) 点(a,b)关于原点对称点为(-a,-b) (x值相反, y值相反) 点(a,b)关于直线y=x对称点为(b,a) (x和y值互换) 点(a,b)关于直线y=-x对称点为(-b,-a) (x和y值互换并相反)

解析式: $y = kx + b$ 其中k, b为常数, 且k $\neq 0$. (图像为一条直线) 当b=0时, $y = kx$ 为正比例函数, 图像过原点. 当k>0时, 图像主要经过一三象限; 当k<0时, 图像主要经过二四象限 重点: 一次函数主要掌握一次函数解析式的求法.

解析式: $y = ax^2 + bx + c$, 其中a, b, c为常数, 且a $\neq 0$. 1、当a>0时, 图像为开口向上的抛物线, 顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, -\frac{4ac-b^2}{4a})$, 对称轴 $x = -\frac{b}{2a}$. 有最小值 $-\frac{4ac-b^2}{4a}$, $(-\infty, -\frac{b}{2a}]$ 为单调递减区间, $[-\frac{b}{2a}, +\infty)$ 为单调递增区间; 2、当a<0时, 图像为开口向下的抛物线, 顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, -\frac{4ac-b^2}{4a})$, 对称轴 $x = -\frac{b}{2a}$. 有最大值 $-\frac{4ac-b^2}{4a}$, $[-\frac{b}{2a}, +\infty)$ 为单调递增区间, $(-\infty, -\frac{b}{2a}]$ 为单调递减区间; 3、韦达定理: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

反比例函数: 定义: $y = \frac{k}{x}$ 叫做反比例函数 1、定义域: $x \neq 0$ 2、是奇函数 3、当k>0时, 函数在区间 $(-\infty, 0)$ 与区间 $(0, +\infty)$ 内是减函数 当k<0时, 函数在区间 $(-\infty, 0)$ 与区间 $(0, +\infty)$ 内是增函数

4 数列

通项公式: 知道一个数列的通项公式, 可以求出该数列的各项

前n项和公式: S_n 表示前n项之和, 即 $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$

必记公式: 名称: 等差数列 定义: 从第二项开始, 每一项与它前一项的差等于同一个常数, 叫做等差数列, 常数叫做公差, 用d表示. $a_n - a_{n-1} = d$ 通项公式: $a_n = a_1 + (n-1)d$ 前n项和公式: $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = na_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$ 中项: 如果a, b, c成等差数列, 那么b叫做a与c的等差中项, 且有 $b = \frac{a+c}{2}$ 性质: 在等差数列中若 $m+n=p+q$, 则有 $a_m + a_n = a_p + a_q$

名称: 等比数列 定义: 从第二项开始, 每一项与它前一项的比等于同一个常数, 叫做等比数列, 常数叫做公比, 用q表示. $\frac{a_n}{a_{n-1}} = q$ 通项公式: $a_n = a_1 q^{n-1}$ 前n项和公式: $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ (q $\neq 1$) 中项: 如果a, b, c成等比数列, 那么b叫做a与c的等比中项, 且有 $b^2 = ac$ 性质: 在等比数列中若 $m+n=p+q$, 则有 $a_m \cdot a_n = a_p \cdot a_q$

应试技巧: 大题必考, 先辨别是考等差数列还是等比数列, 写对公式就可得分

5 导数

常见函数的导数: (1) 函数 $y = c$, 则 $y' = 0$ (2) 函数 $y = x^n$, 则 $y' = nx^{n-1}$ (3) 函数 $y = ax^n$, 则 $y' = anx^{n-1}$ (4) 函数 $y = ax$, 则 $y' = a$ (5) 函数 $y = e^x$, 则 $y' = e^x$ $e \approx 2.71828$ (6) 函数 $y = \ln x$, 则 $y' = \frac{1}{x}$ (7) 函数 $y = \sin x$, 则 $y' = \cos x$ (8) 函数 $y = \cos x$, 则 $y' = -\sin x$

设u, v都是同一个自变量的函数, 则有: (1) $(u \pm v)' = u' \pm v'$ (2) $(u \cdot v)' = u'v + uv'$ (3) $(\frac{u}{v})' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

切线方程: 切线斜率 $k = f'(x_0)$ 点斜式 $y - y_0 = k(x - x_0)$

单调性: (1) 求出导数 $f'(x)$ (2) 令 $f'(x) > 0$, 不等式的解集即为单调递增区间 令 $f'(x) < 0$, 不等式的解集即为单调递减区间

导数的应用: 最值: (1) 求出导数 $f'(x)$ (2) 令 $f'(x) = 0$, 求函数的驻点: $x_1, x_2, \dots$ (驻点即 $f'(x) = 0$ 时的根, 也称极值点) (3) 确定 $x_1, x_2, \dots$ 在 (a, b) 范围内, 计算出 $f(x_1), f(x_2), \dots, f(a), f(b)$ (4) 比较 $f(x_1), f(x_2), \dots, f(a), f(b)$ 的大小, 最大的为最大值, 最小的为最小值

极值: (1) 求出导数 $f'(x)$ (2) 令 $f'(x) = 0$, 求函数的驻点: (驻点即 $f'(x) = 0$ 时的根, 也称极值点) (3) 列表标注驻点所在区间的单调性 (4) 左增右减取极大值, 左减右增取极小值

应试技巧: 大题必考, 求对导数就可以得分, 能做多少是多少

6 三角函数

任意角的三角函数在各象限的符号: $\sin \alpha = \frac{y}{r}$ $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ $\tan \alpha = \frac{y}{x}$ $\cot \alpha = \frac{x}{y}$

特殊角的三角函数值: 角度制: 30°, 45°, 60°, 90°, 120°, 135°, 150° 弧度制: $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \pi, 2\pi, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}$

应试技巧: 可从符号和数值两方面确定正确答案

同角三角函数关系: 平方关系: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ 商数关系: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

三角函数的变换: $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$

二倍角公式: $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$

最小正周期与最值: 三角函数类型: $y = A \sin(\omega x + \varphi) + B$ $y = A \cos(\omega x + \varphi) + B$ $y = A \sin(\omega x + \varphi) \pm B \cos(\omega x + \varphi)$ $y = A \tan(\omega x + \varphi) + B$ 正切 $y = \sin^2 \omega x \pm \cos^2 \omega x$ 平方 $y = \sin \omega x \cdot \cos \omega x$ 相乘 $y = |\sin \omega x| \pm |\cos \omega x|$ 绝对值

三角恒等变换: 正弦定理: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ 余弦定理: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ 面积公式: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ac \sin B$

巧记公式解三角形: 涉及面积先用面积公式, 涉及两角用正弦, 再看边, 涉及一角用余弦, 再看角

7 平面几何

向量的坐标运算: 设 $a = (x_1, y_1)$, $b = (x_2, y_2)$, 则: 加法运算: $a + b = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$ 减法运算: $a - b = (x_1 - x_2, y_1 - y_2)$ 数乘运算: $ka = (kx_1, ky_1)$ 内积运算: $a \cdot b = x_1 x_2 + y_1 y_2$ 向量的模: $|a| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$

两向量的位置关系: 垂直向量: $a \perp b \Leftrightarrow a \cdot b = x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0$ 平行(共线)向量: $a \parallel b \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$

两向量夹角公式: $\cos(a, b) = \frac{a \cdot b}{|a||b|} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$

应试技巧: 平面向量在2022年成中题较难, 2023年应该较简单

两个公式: 两点的距离公式: 已知 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 两点, 其距离: $|P_1 P_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ 中点公式: 已知 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 两点, 线段 $P_1 P_2$ 的中点M的坐标为 (x, y) , 则: $x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}$

直线的斜率: 直线的定义式: $k = \tan \alpha$ (α 为倾斜角), 已知两点可以求斜率 $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ($x_1 \neq x_2$) 和点 $M(x_0, y_0)$ 为直线上任意一点, 则: $k = \frac{y - y_0}{x - x_0}$

直线方程: 斜截式: $y = kx + b$ (可直接读出斜率k) 一般式: $Ax + By + C = 0$ (直线方程最后结果须化成A=0) 点斜式: $y - y_0 = k(x - x_0)$ (已知斜率k和某点坐标 (x_0, y_0) 求直线方程方法)

两直线位置关系: 直线 $l_1: y = k_1 x + b_1$, $l_2: y = k_2 x + b_2$ 两条直线平行: $k_1 = k_2$ 两条直线垂直: $k_1 k_2 = -1$

点到直线的距离公式: 点 $P(x_0, y_0)$ 到直线 $l: Ax + By + C = 0$ 的距离: $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

应试技巧: 两直线平行斜率相等找一样, 垂直相当于不平行找不一样

8 圆锥曲线

圆的相关性质: 1. 圆的标准方程: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$, 其中: a, b: 圆心坐标; r: 半径 2. 圆的一般方程: $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ 熟记截圆的一般方程化为标准方程并找出半径和圆心坐标方法: $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 4 = 0$ 配方: $x^2 + 4x + (\frac{4}{2})^2 + y^2 - 6y + (\frac{6}{2})^2 = -4 + 9$ 完全平方公式: $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 3^2$ 故半径 $r=3$ 圆心坐标为 $(-2, 3)$

圆的性质: 直线与圆的位置关系: 设直线方程为 $Ax + By + C = 0$, 圆的方程为 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$, 圆心为 (a, b) , 半径为r 则圆心到直线的距离 $d = \frac{|Aa + Bb + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

圆与圆的位置关系: 圆与圆的位置关系: 通过圆心距 $d_{O_1 O_2}$ 与两圆半径 r_1, r_2 的大小关系判断 $d_{O_1 O_2} > r_1 + r_2 \Leftrightarrow$ 相离; $d_{O_1 O_2} = r_1 + r_2 \Leftrightarrow$ 外切; $d_{O_1 O_2} = r_1 - r_2 \Leftrightarrow$ 内切; $r_1 - r_2 < d_{O_1 O_2} < r_1 + r_2 \Leftrightarrow$ 相交

应试技巧: 圆的重点学习通过圆的方程找到圆心和半径

椭圆的性质: 焦点在x轴: 图形: 标准方程: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 对称轴: 长轴长 2a, 短轴长 2b $a^2 = b^2 + c^2$ 焦点: $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$ 焦距: $|F_1 F_2| = 2c$ 离心率: $e = \frac{c}{a}$ 准线: $x = \pm \frac{a^2}{c}$

双曲线的性质: 焦点在x轴: 图形: 标准方程: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 对称轴: 实轴长: 2a, 虚轴长: 2b $c^2 = a^2 + b^2$ 焦点: $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$ 焦距: $|F_1 F_2| = 2c$ 离心率: $e = \frac{c}{a}$ ($e > 1$) 准线: $x = \pm \frac{a^2}{c}$ 渐近线: $y = \pm \frac{b}{a} x$

抛物线的性质: 焦点在x轴: 图形: 标准方程: $y^2 = 2px$ 焦点坐标: $(\frac{p}{2}, 0)$ 准线方程: $x = -\frac{p}{2}$ 离心率: $e=1$

应试技巧: 椭圆、双曲线、抛物线基本性质选择题还是相对简单

9 排列组合/三大类概率/统计初步

两个基本原理: 分类计数原理 (分类用加法) 分步计数原理 (分步用乘法)

排列组合: 排列: $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$ 组合: $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$

三大类概率: 1. 等可能事件及其概率: $P(A) = \frac{m}{n}$ 2. 相互独立事件同时发生的概率: $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$ 3. 独立重复试验: $P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

统计初步: 平均数: $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ 方差: $s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$

应试技巧: 考平均数必须确保做对, 方差的题可借助计算器

10 理工类知识点

数学期望: 随机变量的分布列如下表: ξ : $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ P: $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ 其中 p_i 表示取 x_i 的概率为 p_i , 即 $P(\xi = x_i) = p_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$ $p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = 1$ 则数学期望 $E(\xi) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + \dots + x_n p_n$

反函数: 对于函数 $y = f(x)$, 我们常求它的反函数 $y = f^{-1}(x)$: 例: 求函数 $y = 2x + 3$ 的反函数 解: 第一步: 用含y的式子表示x, 得 $x = \frac{y-3}{2}$ 第二步: 习惯上用x表示自变量, y表示函数, 交换x与y的位置, 得 $y = \frac{x-3}{2}$ $y = 2x + 3$ 的反函数, $f^{-1}(x) = \frac{x-3}{2}$ $f(x)$ 的反函数可记为 $f^{-1}(x)$, 例如 $f(x) = 2x$, 则 $f^{-1}(x) = \frac{x}{2}$

1. 复数的概念: 复数 $z = a + bi$ ($a, b \in R$) 叫做复数, 用 $z = a + bi$ 表示 a 叫做复数的实部, b 叫做复数的虚部, i 为虚数单位, 并规定 $i^2 = -1$ 当 $b = 0$ 时, $z = a$ 是一个实数 当 $b \neq 0$ 时, $z = a + bi$ 是一个复数 特别当 $a = 0, b \neq 0$ 时, $z = bi$ 是纯虚数

2. 复数的模: 设复数 $z = a + bi$, 那么 $\sqrt{a^2 + b^2}$ 叫做复数 z 的模, 记作 $|z|$, 即 $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

3. 共轭复数: 若 $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, 则称 $\bar{z}$ 与 z 互为共轭复数

4. 复数代数式的运算: 设复数 $z_1 = a_1 + bi_1, z_2 = a_2 + bi_2$ (1) 加法与减法 $(a_1 + bi_1) \pm (a_2 + bi_2) = (a_1 \pm a_2) + (b_1 \pm b_2)i$ (2) 乘法 $(a_1 + bi_1)(a_2 + bi_2) = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (b_1 a_2 + a_1 b_2)i$ (2) 除法 $\frac{a_1 + bi_1}{a_2 + bi_2} = \frac{(a_1 + bi_1)(a_2 - bi_2)}{(a_2 + bi_2)(a_2 - bi_2)}$

参数方程: 概念: 在坐标平面内, 如果曲线上任意一点的坐标 x, y 都可以表示为某一个变量的函数 $\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$ 有关参数方程的问题, 通常化为普通方程解决. 将参数方程化为普通方程的方法是: 消去参数求关于 x, y 的方程. 消去参数的方法可利用三角函数关系消去参数, 也可利用代数方法消去参数 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

二项式定理: $(a+b)^n$ 二项展开式: $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + C_n^n b^n$ $(a+b)^n$ 的二项展开式的通项公式是 $T_{r+1} = C_n^r a^{n-r} b^r$

面积公式: 圆的面积公式 $S = \pi r^2$ 球面的面积公式 $S_{球面} = 4\pi R^2$ (R 为球半径)

球: 球的体积公式 $V_{球} = \frac{4}{3} \pi R^3$ 勾股定理 $R^2 = r^2 + d^2$

应试技巧: 理工科试题70%左右和文史类一样, 重点学习前面几个知识点

预祝全体考生轻松通过成考!